

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПОЛНОФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ.
ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

ПРАКТИКУМ
по дисциплине «Основы теории эксперимента»

Ростов-на-Дону
2018

Составители: Зубрилина Е.М., Димитров В.П.

УДК 001.891

Полнофакторный эксперимент. Построение регрессионных моделей: практикум по дисциплине «Основы теории эксперимента». – Ростов-на-Дону: ООО «ДГТУ-Принт», 2018. – 23 с.

В данный раздел практикума приводится методика планирования и проведения полнофакторного эксперимента, алгоритм обработки результатов эксперимента, построение регрессионной модели. Дан пример построения регрессионной модели при проведении полнофакторного эксперимента типа 2ⁿ.

Практикум предназначен для проведения практических работ с магистрантами, изучающими дисциплину «Основы теории эксперимента».

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Научный редактор
кандидат физико-математических наук,
доцент И.Н. Нурутдинова

«Проект-победитель» Грантового конкурса Стипендиальной программы
Владимира Потанина 2016/2017.



© ДГТУ, 2018

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ – изучение основных понятий, определений, принципов теории планирования экспериментов, приобретение навыков проведения экспериментов по построению математических моделей, ознакомление с методикой построения регрессионных моделей при проведении полнофакторного эксперимента типа 2^k .

ОБЩИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Эксперимент состоит из опытов (воспроизведение исследуемого явления). Под планированием эксперимента понимают выбор плана эксперимента – совокупности данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов.

При планировании эксперимента исследуемый объект представляется «черным ящиком» (рис. 1), на который воздействуют факторы x_i ($1 \leq i \leq n$). Каждый опыт эксперимента характеризуется определенным набором значений факторов.

Зависимость реакции объекта от точки факторного пространства называется *функцией отклика* $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, а ее геометрическое представление – поверхностью отклика (рис. 2).

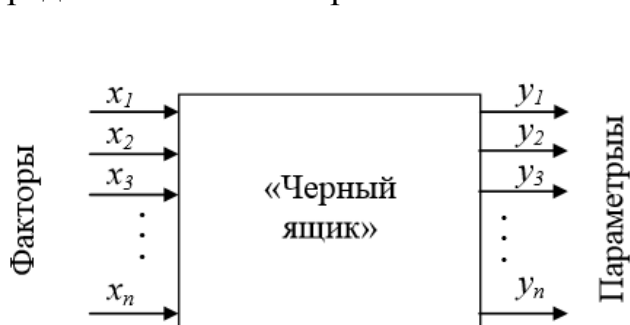


Рис. 1. Схема представления объекта исследований в виде «черного ящика»

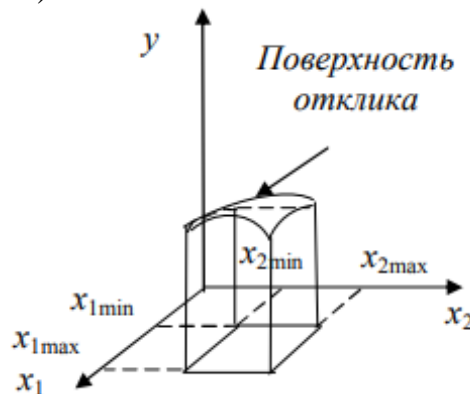


Рис. 2. Поверхность отклика

Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется *полным факторным экспериментом*.

Полный факторный эксперимент может быть предложен исследователю как один из способов построения математической модели (идентификации) недетерминированного объекта. Этот способ оказывается наиболее предпочтительным в тех случаях, когда отсутствует априорная информация для обоснования структуры модели с позиций физико-химических представлений процессов, происходящих в объекте,

отсутствует количественная оценка степени влияния изучаемых факторов на выходную переменную объекта, его выходной показатель.

Если выбранная модель включает только линейные члены полинома и их произведения, то для оценки всех параметров модели используется план эксперимента с варьированием всех факторов на двух уровнях. Такие планы принято называть планами типа 2^n , где $2^n = N$ – число всех возможных опытов, n – количество варьируемых факторов (рис. 3, а).

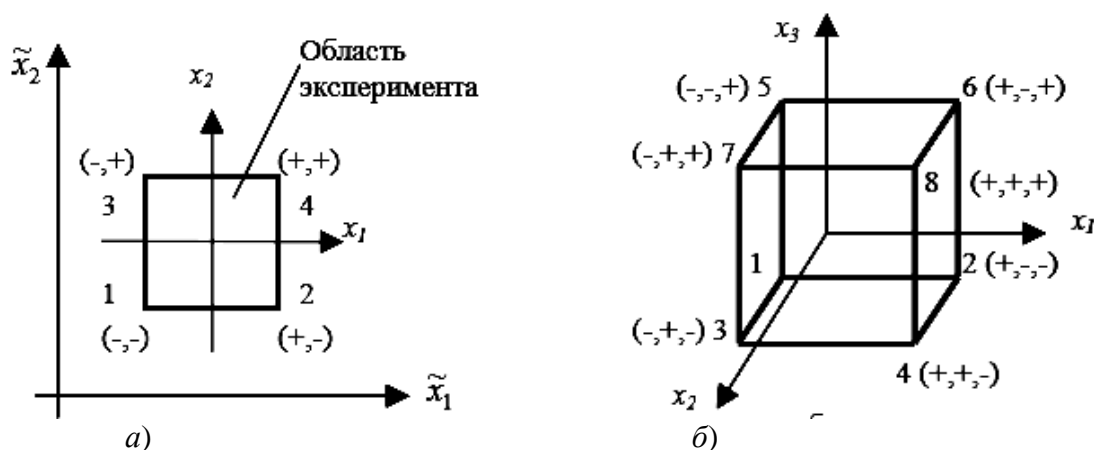


Рис. 3. Геометрическая интерпретация полного факторного эксперимента:
а – ПФЭ 2^2 ; б – ПФЭ 2^3

Рассмотрим полный трехфакторный эксперимент 2^3 (рис. 3, б). Для проведения ПФЭ составим матрицу планирования эксперимента. Любой многофакторный эксперимент является результатом варьирования всех факторов x_i : $x_{i_{min}}$ соответствует -1 , $x_{i_{max}}$ соответствует $+1$ в матрице планирования эксперимента (табл. 1). Столбец x_0 вводится искусственным путем, по всем строкам равен $+1$. Эта матрица является матрицей базисных функций.

Запись матрицы планирования, особенно для многих факторов, громоздка. Для ее сокращения удобно ввести условные буквенные обозначения строк, обозначив порядковый номер фактора строчной буквой латинского алфавита: $x_1 - a$, $x_2 - b$, ... и т.д. Опыт со всеми факторами на нижних уровнях условимся обозначать (1), а строки матрицы планирования записываются латинскими буквами только для факторов, которые находятся на верхних уровнях. Матрица планирования вместе с принятыми буквенными обозначениями приведена в табл. 1.

Таблица 1

Матрица планирования эксперимента 2^3

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Отклик y	Буквенные обозначения строк
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_1	(1)
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y_2	a
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3	b
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_4	ab
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_5	c
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6	ac
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7	bc
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_8	abc

Свойства полного факторного эксперимента. Матрица эксперимента планирования ПФЭ обладает рядом свойств:

- 1) *симметричность* плана относительно центра эксперимента –

$$\sum_{i=1}^n x_{j,i} = 0, \quad (1)$$

т. е. сумма значений уровней любого фактора (столбца) равна 0 ;

- 2) *нормировка* плана –

$$\sum_{i=1}^n x_{j,i}^2 = N, \quad (2)$$

сумма квадратов значений уровней любого фактора равна N (числу строк матрицы планирования ПФЭ);

- 3) *ортогональность* плана –

$$\sum_{i=1}^n x_{j,i} \cdot x_{u,i} = 0, \quad (3)$$

сумма попарных произведений значений уровней любых 2 факторов (кроме $j=u$) равна 0;

- 4) *ротатабельность* плана – точность предсказания значений функции отклика одинакова на равном расстоянии от центра и не зависит от направления обхода.

Свойства ортогональности и ротатабельности взаимоисключающие.

В ходе выполнения эксперимента получаем математическую модель исследования, которая представляет собой уравнение, связывающее параметр оптимизации ($y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$) с факторами ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$), называемое уравнением регрессии:

$$y = b_0 x_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i,j=1}^k b_{i,j} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{i,i} x_i^2 + \sum_{i,j,n=1}^k b_{i,j,k} x_i x_j x_n + \dots, \quad (4)$$

где k – число столбцов в матрице планирования эксперимента; $x_0 = 1$.

Планируя эксперимент, на первом этапе мы стремимся получить линейную модель. Однако у нас нет гарантии, что в выбранных интервалах варьирования процесс описывается линейной моделью. Полный факторный эксперимент позволяет количественно оценивать эффекты взаимодействия.

После проведения опытов во всех точках факторного пространства необходимо найти коэффициенты уравнения регрессии:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad (5)$$

$$b_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{1i} y_i, \quad (6)$$

$$b_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{2i} y_i, \quad (7)$$

или в общем виде:

$$b_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ji} y_i, \quad j = \overline{0, k}. \quad (8)$$

где N – число строк матрицы планирования ПФЭ (см. табл. 1).

Эффекты взаимодействия определяются аналогично линейным эффектам. Так, для ПФЭ 2^3 коэффициенты определяются следующим образом:

$$b_{12} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{1i} x_{2i}) \cdot y_i, \quad (9)$$

$$b_{13} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{1i} x_{3i}) \cdot y_i, \quad (10)$$

$$b_{23} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{2i} x_{3i}) \cdot y_i, \quad (11)$$

$$b_{123} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{1i} x_{2i} x_{3i}) \cdot y_i. \quad (12)$$

П О Р Я Д О К П Р О В Е Д Е Н И Я Р А Б О Т Ы

1. Определить цель, объект и предмет экспериментальных исследований, условия и последовательность работы экспериментального высевающего аппарата.

Цель эксперимента – повышение качества посева пропашных культур пневматическими сеялками путем установки семяпровода с автоматизированной системой контроля и управления качеством высева пропашных культур.

Объект исследования – экспериментальный пневматический высеваше-
аппарат с семяпроводом и автоматизированной системой контроля и
управления качеством посева пропашных культур (рис. 4, 5), конструкция
которого запатентована (Патент № 175130 RU МПК 7A01 C7/04).

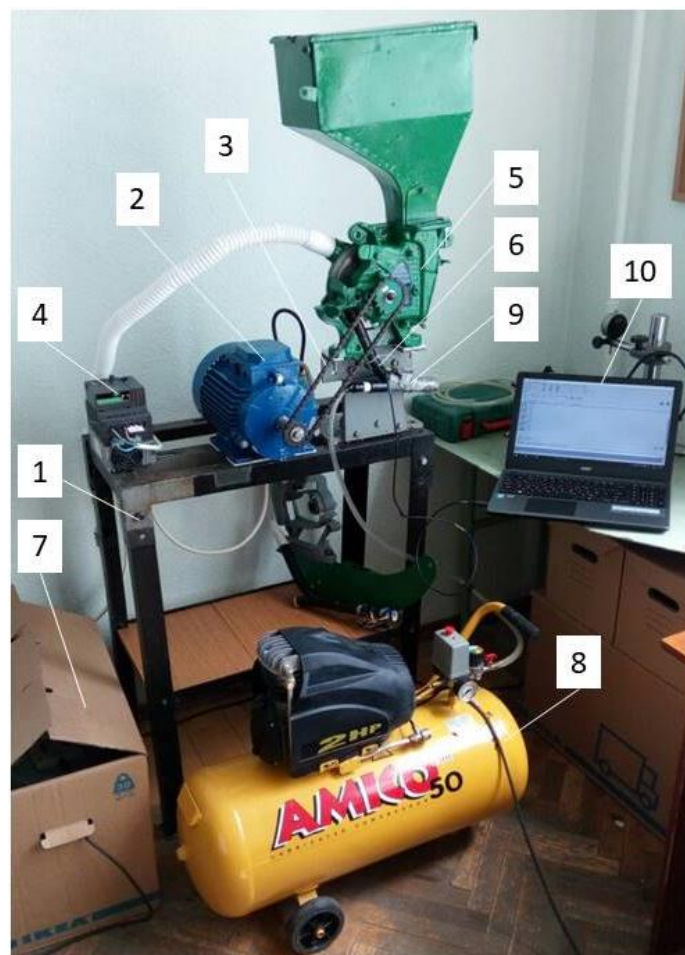


Рис. 4. Лабораторная установка для исследований пневматических высеваше-
аппаратов: 1 – рама, 2 – электродвигатель постоянного тока, 3 – приводная цепь, 4 – частотный
преобразователь, 5 – экспериментальный высеваше-аппарат, 6 – семяпровод, 7 – ва-
куумная установка с регулятором разрежения, 8 – компрессор, 9 – датчики измерения
скорости семян на выходе из семяпровода, 10 – персональный компьютер

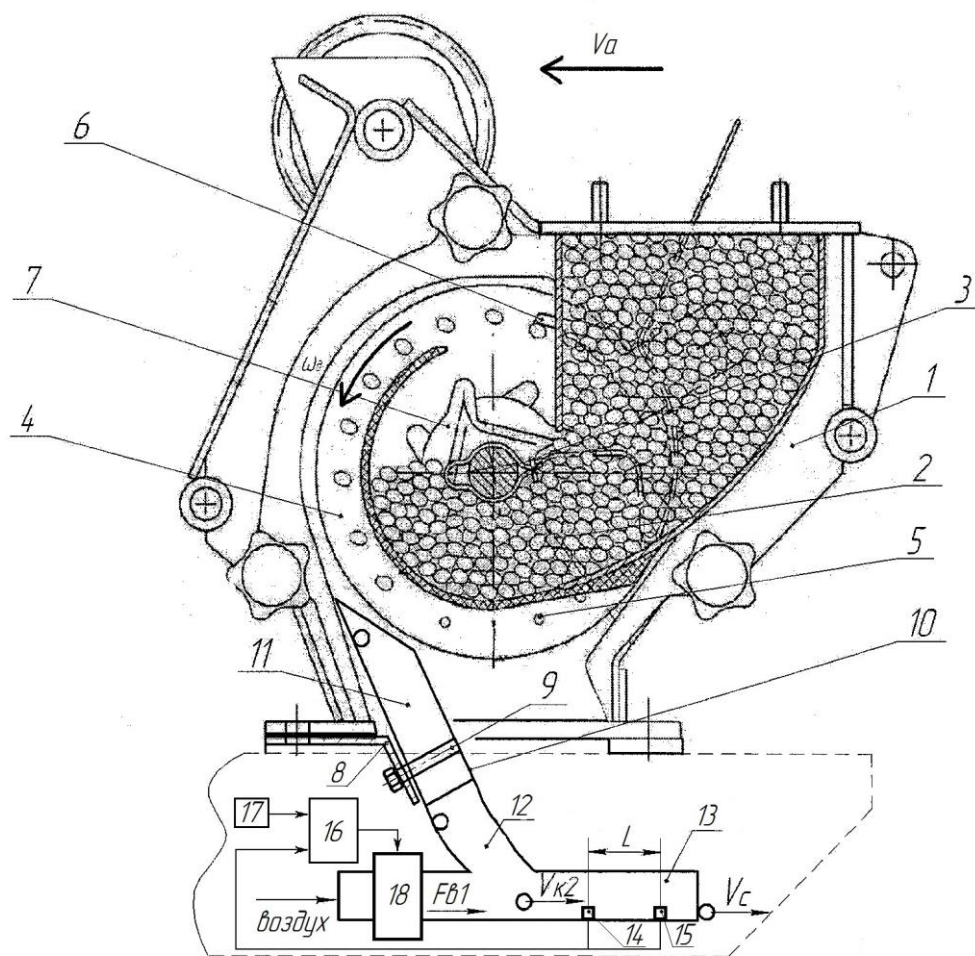


Рис. 5. Экспериментальный высевальной аппарат с автоматизированной системой контроля и управления высевом пропашных культур: 1 корпус; 2 - семенная камера; 3 - вал; 4 - высевальной диск; 5 - присасывающие отверстия; 6 - пластинчатый отражатель для удаления «лишних» семян; 7 - центральная резиновая воршилка; 8 - кронштейн; 9 - хомут; 10- семяпровод, представляющий собой трубку круглого сечения и имеющий три участка: прямолинейный 11, криволинейный 12 и ускорительный 13; 14 - первый датчик; 15 - второй датчик; 16 - блок мониторинга и контроля; 17 - датчик скорости посевного агрегата; 18 - блок управления воздушным потоком (дрессельная заслонка, содержащая корпус, в котором размещен поворотный диск, соединенный с сервоприводом)

Работа пневматического высевального аппарата (см рис. 5) осуществляется следующим образом: семена из бункера (на рисунке не показан) поступают в семенную камеру 2 корпуса 1 высевального аппарата, из которой под действием разрежения, создаваемого в вакуумной камере (на рисунке не показана), присасываются к присасывающим отверстиям 5 высевального диска 4. Вращаясь вместе с высевальным диском 4, семена из семенной камеры 2 переносятся к пластинчатому отражателю 6, под действием которого

«лишние» присосавшиеся семена возвращаются обратно в семенную камеру 2.

Далее семена транспортируются высевающим диском 4 в зону сбрасывания. Сходящее с высевающего диска семя укладывается на внутреннюю поверхность семяпровода 10 на прямолинейном участке 11 и скользит по нему как по наклонной плоскости до криволинейного участка 12. На криволинейном участке 12 семя движется по криволинейной поверхности постоянного радиуса до тех пор, пока вектор скорости не приобретает горизонтальное направление. При выходе из криволинейного участка 12 семяпровода 10 со скоростью V_{k2} , семя продолжает движение по ускорительному участку 13, наращивая свою скорость за счет силы воздушного потока. Сила воздушного потока $F_{в1}$ на ускорительном участке 13 семяпровода определяется скоростью воздушного потока, изменение которого происходит за счёт блока управления воздушным потоком 18. На ускорительном участке 13 горизонтально движущееся семя с помощью воздушного потока разгоняется до скорости, равной по величине скорости посевного агрегата V_a . Регулировка воздушного потока осуществляется за счёт изменения угла открытия дроссельной заслонки, расположенной в начале ускорительного участка. При равенстве скорости семени и скорости посевного агрегата обеспечивается нулевая скорость семени относительно почвы, что приводит к повышению равномерности распределения семян по длине и ширине ряда при посеве различных пропашных культур. Значение скорости семени на ускорительном участке V_c определяется первым 14 и вторым 15 датчиками, скорость посевного агрегата V_a определяется датчиком 17. Данные значения поступают в блок мониторинга и контроля 16, в котором осуществляется сравнение скоростей и выработка управляющего воздействия для сервопривода дроссельной заслонки (блок управления воздушным потоком) 18.

2. *Определить параметр выхода (отклика).* В качестве выходного параметра (параметра отклика) экспериментального высевающего аппарата принимаем значение скорости семян на выходе из семяпровода, которая определяется автоматически датчиками, а числовые значения скорости 100 семян выводятся на экран персонального компьютера.

3. *Определить перечень факторов, влияющий на исследуемый процесс, дать их описание, характер влияния на исследуемый объект, методы и способы регулирования, измерения и т.д. (для данного объекта исследований мы выбирали факторы в методичке «Факторы и уровни. Методические указания к практическим работам по дисциплине «Основы теории эксперимента»).*

4. *Выбрать уровни, интервалы варьирования каждого фактора и заполнить табл. 2 (см. индивидуальное задание).*

Таблица 2

Основные факторы и уровни их варьирования

Наименование фактора и единицы измерения	Обозначение	Уровни факторов			Интервал варьирования
		нижний (-1)	основной (0)	верхний (+1)	
$U_в$ - скорость воздушного потока в ускорителе, м/с	x_1				
l_3 - длина ускорителя, м	x_2				
ω - угловая скорость высевающего диска, рад/с	x_3				

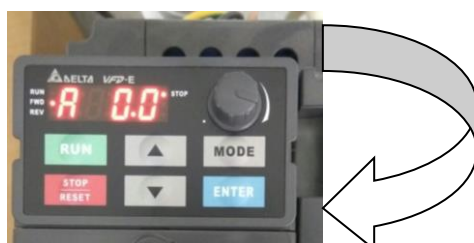
5. Провести трехфакторный эксперимент 2^3 согласно матрице планирования эксперимента (табл. 2) с m -кратной повторностью каждого опыта (каждой строки матрицы). В начале проведения эксперимента необходимо выставить все факторы на уровни, соответствующие номеру строки матрицы, а числовые значения уровней в соответствии с табл. 3.

Первый фактор ($U_в$ - скорость воздушного потока в ускорителе, м/с) варьируется путем регулировки подачи воздуха воздухомангнетяющим устройством (компрессором) (рис. 4, позиция 8) в диапазоне варьирования этого фактора.

Второй фактор (l_3 - длина ускорителя, м) изменяется путем смены участка l_3 различной длины семяпровода, в соответствии с уровнями варьирования.

Фактор 3 (угловая скорость высевающего диска x_3) выставляется на лабораторной установке (рис. 4) в следующей последовательности:

- включить управляющее устройство в сеть 320 В;
- дождаться появления на дисплее преобразователя частоты (рис. 4, позиция 4) стартового значения R 0,0:



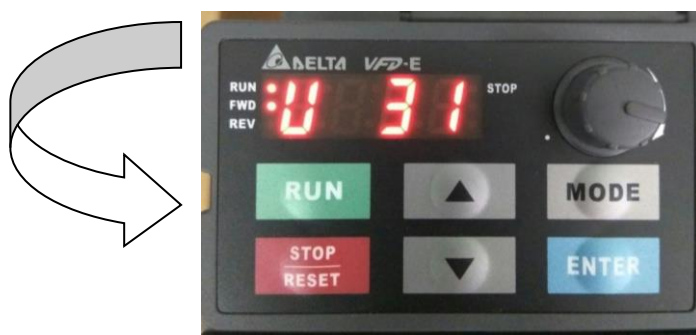
- с помощью клавиши «Mode» установить режим «U» - выбор количества оборотов (однократное нажатие на клавишу). Количество оборотов соответствует угловой скорости вращения высевающего диска, которая является фактором варьирования (табл. 3).

Таблица 3

Соответствие скорости движения аппарата и скорости,
устанавливаемой на лабораторном стенде

Скорость движения аппарата, км/ч (м/с)	Угловая скорость высевающего диска, рад/сек	Скорость на лабораторном стенде, об/мин.
5,3	2	19
6,6	2,5	24
8	3	29
9,3	3,5	33
10,5	4	38
11,9	4,5	43
13,2	5	47
14,5	5,5	52
15,8	6	57

Значение угловой скорости выбирают с учетом строки матрицы (табл. 2) и возможных значений уровней варьирования (табл. 3);



- клавишами с «▲» (увеличение) и «▼» (уменьшение) установить необходимое количество оборотов: например, с «U» 31 снизили до «U» 27:



- нажатием кнопки «RUN» осуществляет пуск двигателя, кнопка «STOP-RESET» останавливает работу двигателя.

6. Эксперимент производится следующим образом:

- настроенный на работу высевающий аппарат включается без подачи вакуума на аппарат;

- с помощью преобразователя частоты устанавливается частота вращения высевающего диска аппарата (x_3 - угловая скорость высевающего диска ω) на соответствующие уровни (+1;0;-1) (табл. 2);
- включается вакуумная установка и вакуум определенной величины подается на высевающий аппарат;
- согласно матрице планирования эксперимента (табл. 2) устанавливаются основные факторы: x_1 - скорость воздушного потока v_g , подаваемого в ускоритель семяпровода; x_2 - длина ускорителя семяпровода, l_3 , на соответствующие уровни (+1;0;-1);
- после стабилизации процесса высева семян включается специальная программа на ПК и проводится числовое значение скорости 100 высеянных семян системой измерения скорости семян (рис. 4);
- определение скорости семян на выходе из семяпровода с ускорителем (рис. 4) осуществляется датчиками, установленными на выходе из семяпровода;
- эксперимент проводится по 8 строкам матрицы планирования (табл.1) с трехкратной повторностью каждого сочетания уровней факторов;

7. Полученные в ходе эксперимента значения параметра оптимизации (функции отклика) (y_{1i} , y_{2i} , y_{3i}) занести в сводную таблицу (табл.4).

Таблица 4

Результаты экспериментальных данных

Номер опыта	y_{1i}	y_{2i}	y_{3i}	Среднее значение параметра оптимизации опыта, \bar{y}_i . м/с
1	2	3	4	5
1.				$\bar{y}_1 = \dots$
2.	$\bar{y}_2 = \dots$

8.				$\bar{y}_8 = \dots$

Методика обработки экспериментальных данных

После проведения активного эксперимента полученные экспериментальные данные (табл. 4) подвергаются обработке, и для каждого i -го опыта ($i=1, \dots, N$) определяются: среднее значение, среднеквадратичное отклонение, коэффициент вариации, абсолютная ошибка средней подачи семян, относительная ошибка опыта (табл. 5) [2,3].

Экспериментальные данные обрабатываются в соответствии со следующей методикой [2,3].

1. Для каждого i -го опыта ($i=1, \dots, m$) определяются числовые характеристики:

- среднее значение (табл. 5, столбец 2):

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{i=1}^m y_i}{m}, \quad (13)$$

- дисперсия (табл. 5, столбец 3):

$$S_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^m [y_i - \bar{y}_i]^2}{m-1}, \quad (14)$$

- среднеквадратичное отклонение (табл. 5, столбец 4):

$$S_i = \sqrt{S_i^2}, \quad (15)$$

- коэффициент вариации (табл. 5, столбец 5):

$$V = \frac{S_i}{\bar{y}_i} \cdot 100, \quad (16)$$

- абсолютная ошибка средней подачи семян (табл. 5, столбец 6):

$$e_o = \frac{t_\alpha \cdot S_i}{\sqrt{m}} = \frac{4,3 \cdot S_i}{\sqrt{3}} = 2,48 S_i, \quad (17)$$

- относительная ошибка опыта (табл. 5, столбец 7):

$$\varepsilon = \frac{e_o}{\bar{y}_i} \cdot 100, \quad \%, \quad (18)$$

где \bar{y}_i - среднее значение параметра оптимизации в i -й строке матрицы планирования по m параллельных опытов.

Рассчитанные по данной методике значения заносятся в табл. 5.

Таблица 5

Результаты экспериментальных данных в параллельных опытах по строкам матрицы планирования и их числовые характеристики [3]

Но- мер опы- та	Среднее значение параметра оптимиза- ции опыта, \bar{y}_i , м/с.	Дисперсия S_i^2 , м/с.	Среднеквад- ратическое отклонение, S_i , м/с.	Кoeffи- циент вариаци и, V , %	Абсолютная ошибка, e_o , м/с.	Относитель- ная ошибка, ε , %
1	2	3	4	5	6	7
1.						
2.						

		$\sum_{i=1}^N S_i^2 = \dots$				
		$S_{\text{вос}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2}{N} =$...				

2. Оценка однородности дисперсий производится по критерию Кохрена [2,3]:

$$G_p = \frac{S_{i \max}^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2}. \quad (19)$$

Среди всей совокупности рассчитанных построчных дисперсий выбирается максимальная $S_{i \max}^2$ и берется отношение данной дисперсии к сумме всех построчных дисперсий $\sum_{i=1}^N S_i^2$, т.е. определяется расчетное значение критерия Кохрена.

С критерием G_p связаны степени свободы: для числителя $f_1 = m - 1$, для знаменателя $f_2 = N$. Для заданной доверительной вероятности α по значениям f_1 и f_2 определяется критическое табличное значение критерия Кохрена G_T (табл. 1 приложения), с которым сравнивают расчетное. В нашем случае, при $m=3$ и $N=8$, табличное значение $G_T=0,68$.

Если выполняется условие $G_p < G_T$, то с выбранным уровнем статистической значимости α (с достоверностью $1-\alpha$) все построчные дисперсии признаются однородными. В противном случае гипотезу отвергают.

3. Определение коэффициентов уравнения регрессии по матрице плана полного трехфакторного эксперимента производится по выражениям (5)-(12), среднее значение выходного параметра берут из табл. 5, столбец 2 [2,3]. Полученные значения коэффициентов уравнения регрессии вносят в табл. 6 и оценивают их на статистическую значимость по t-критерию Стьюдента.

4. Оценкой генеральной дисперсии воспроизводимости, характеризующей точность одного измерения, является средняя из всех построчных дисперсий. Дисперсия воспроизводимости откликов (дисперсия параметра оптимизации) определится по формуле [2,3]

$$\sigma_{\text{вос}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N S_i^2}{N} \quad (20)$$

5. Среднее квадратическое отклонение для коэффициентов уравнений регрессий определится по формуле [2,3]

$$\sigma_{b_i} = \sqrt{\frac{S_{\text{вос}}^2}{m \cdot N}}. \quad (21)$$

6. Значимость коэффициентов регрессии проверяют с помощью критерия Стьюдента [2,3]:

$$t_i = \frac{|b_i|}{S_{b_i}}. \quad (22)$$

Полученные по формуле (22) данные значений коэффициентов Стьюдента для каждого коэффициента регрессии сравнивают с табличным значением, которое определяется по заданной доверительной вероятности α и числу степеней свободы $f = N(m - 1)$ [1]. При уровне статистической значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $f = 8$ ($3 - 1$) = 16 табличное значение коэффициента равно $t_{\text{табл}} = 2,119$ (табл. 2 приложения).

Если расчетное значение больше табличного, то можно говорить о значимости коэффициента, не значимые исключаются и не используются при составлении уравнения регрессии.

Таблица 6

Значения коэффициентов регрессии и значений критерия Стьюдента [2,3]

Обозначение коэффициентов регрессии	Значение коэффициентов регрессии	Расчетное значение кри- терия Стьюдента, t_i	Табличное значе- ние критерия Стьюдента, $t_{табл}$
b_0			2,119
b_1			
b_2			
b_3			
b_{12}			
b_{13}			
b_{23}			
b_{123}			

7. Составим уравнения регрессии, подставляя в формулу (4) числовые значения коэффициентов регрессии. Получим модель исследуемого процесса. Например,

$$y_{расч} = 2,3633 + 0,7205x_1 + 0,2779x_2 + 0,1538x_1x_2 - 0,0433x_1^2 - 0,0209x_2^2 + 0,0136x_3^2$$

По полученному уравнению регрессии рассчитаем значения параметра оптимизации по модели y_{pi} и внесем эти значения во вспомогательную таблицу 7.

Таблица 7

Дополнительная таблица для расчета адекватности модели

Номер опыта	Среднее значение параметра оптими- зации (по экспери- ментальным дан- ным) \bar{y}_i м/с	Значение пара- метра оптими- зации, рассчи- танное по мо- дели $y_{расчi}$	Дисперсия $S_i^2 = (\bar{y}_i - y_{pi})^2$, м/с.	Относительная по- грешность модели, $\delta = \frac{ y_{pi} - \bar{y}_i }{\bar{y}_i} \cdot 100\%$
1				
....
....
8				
-			$\sum_{i=1}^N S_i^2 = \dots$	
-			$S_{ao}^2 = \frac{m}{N-l} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - y_{расчi})^2 = \dots$	

8. Адекватность полученной модели проверяем по F – критерию [2,3]:

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_{вос}^2}. \quad (23)$$

Для вычисления дисперсии адекватности находим сумму квадратов отклонений расчетных значений параметра оптимизации от экспериментальных значений во всех точках плана. Адекватность математической модели определяем, сравнивая дисперсию воспроизводимости с дисперсией адекватности.

9. Дисперсию адекватности рассчитываем по формуле [2,3]

$$S_{ad}^2 = \frac{m}{N-l} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - y_{расч})^2, \quad (24)$$

где l - число значимых коэффициентов регрессии.

Для заданной доверительной вероятности α по значениям $f_1 = N-l$ и $f_2 = N(m-l)$ определяется табличное значение критерия Фишера F_T . Если $F_T < F_p$, то полученная регрессионной модель с принятым уровнем статистической значимости α адекватна экспериментальным данным.

10. Если модель адекватна, то осуществляем переход от безразмерного полинома к размерному полиному. Для этого в безразмерный полином подставим выражения для кодированных факторов, после чего раскрываются все скобки и приводятся подобные слагаемые, получим уравнения в натуральном виде.

Например,

$$v_{кз} = 0,6315 + 0,0770 v_6 - 0,9983 l_3 + 0,6408 v_6 \cdot l_3 - 0,0012 v_6^2 - 13,0625 l_3^2 + 0,0136 \omega^2.$$

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Учебная группа магистрантов разделяется на две подгруппы. Одна подгруппа выполняет задание по табл. 8, а, вторая – по 8, б.

Таблица 8, а

Вариант значения основных факторов и уровней их варьирования

Наименование фактора и единицы измерения	Обозначение	Уровни факторов			Интервал варьирования
		нижний (-1)	основной (0)	верхний (+1)	
U_6 - скорость воздушного потока в ускорителе, м/с	x_1	7	12	19	5
l_3 - длина ускорителя, м	x_2	0,08	0,10	0,12	0,02
ω - угловая скорость высевающего диска, рад/с	x_3	1	3	5	2

Таблица 8, б

Вариант значения основных факторов и уровней их варьирования

Наименование фактора и единицы измерения	Обозначение	Уровни факторов			Интервал варьирования
		нижний (-1)	основной (0)	верхний (+1)	
U_6 - скорость воздушного потока в ускорителе, м/с	x_1	12	15	18	3
l_3 - длина ускорителя, м	x_2	0,06	0,09	0,12	0,03
ω - угловая скорость высевающего диска, рад/с	x_3	2	4	6	2

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Вознесенский, В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В.А. Вознесенский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 264 с. – (Сер. "Матем. статистика для экономистов").
2. Зубрилина, Е.М. Обоснование параметров пневматического аппарата для одновременного высева семян кукурузы: дис. ... канд. тех. наук. – зерноград, 2002.
3. Чикильдин, В.Н. Совершенствование процесса высева семян пропашных культур пневматической сеялкой (на примере кукурузы): дис. ... канд. тех. Наук. – Ставрополь, 2011. – 154 с.
4. Пат. № 175130 RU МПК 7А01 С7/04 . Пневматический высевающий аппарат / Е.М. Зубрилина, И.А. Маркво, М.А. Набокина, А.В. Каргина, М.Г. Бородаева, Патентообладатель И.А. Маркво, № 2016141247/13 ; заявл. 19.10.2016; опубл. 22.11.2017. Бюл. №33.
5. ГОСТ 24026-80. Исследовательские испытания. Планирование эксперимента. Термины и определения. – М., 1981.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Критические значения для критерия Кохрена

Число измерений, $f_2 = N$	Число степеней свободы, $f_1 = m - 1$									
	$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$		$n = 6$	
	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %	1 %	5 %
2	-	-	0,995	0,975	0,979	0,939	0,959	0,906	0,937	0,877
3	0,993	0,967	0,942	0,871	0,883	0,798	0,834	0,746	0,793	0,707
4	0,968	0,906	0,864	0,768	0,781	0,684	0,721	0,629	0,676	0,590
5	0,928	0,841	0,788	0,684	0,696	0,598	0,633	0,544	0,588	0,506
6	0,883	0,781	0,722	0,616	0,626	0,532	0,564	0,480	0,520	0,445
7	0,838	0,727	0,664	0,561	0,568	0,480	0,508	0,431	0,466	0,397
8	0,794	0,680	0,615	0,516	0,521	0,438	0,463	0,391	0,423	0,360
9	0,754	0,638	0,573	0,478	0,481	0,403	0,425	0,358	0,387	0,329
10	0,718	0,602	0,536	0,445	0,447	0,373	0,393	0,331	0,357	0,303
11	0,684	0,570	0,504	0,417	0,418	0,348	0,366	0,308	0,332	0,281
12	0,653	0,541	0,475	0,392	0,392	0,326	0,343	0,288	0,310	0,262
13	0,624	0,515	0,450	0,371	0,369	0,307	0,322	0,271	0,291	0,243
14	0,599	0,492	0,427	0,352	0,349	0,291	0,304	0,255	0,274	0,232
15	0,575	0,471	0,407	0,335	0,332	0,276	0,288	0,242	0,259	0,220
16	0,553	0,452	0,388	0,319	0,316	0,262	0,274	0,230	0,246	0,208
17	0,532	0,434	0,372	0,305	0,301	0,250	0,261	0,219	0,234	0,198
18	0,514	0,418	0,356	0,293	0,288	0,240	0,249	0,209	0,223	0,189
19	0,496	0,403	0,343	0,281	0,276	0,230	0,238	0,200	0,214	0,181
20	0,480	0,389	0,330	0,270	0,265	0,220	0,229	0,192	0,205	0,174
21	0,465	0,377	0,318	0,261	0,255	0,212	0,220	0,185	0,197	0,167
22	0,450	0,365	0,307	0,252	0,246	0,204	0,212	0,178	0,189	0,160
23	0,437	0,354	0,297	0,243	0,238	0,197	0,204	0,172	0,182	0,155
24	0,425	0,343	0,287	0,235	0,230	0,191	0,197	0,166	0,176	0,149
25	0,413	0,334	0,278	0,228	0,222	0,185	0,190	0,160	0,170	0,144
26	0,402	0,325	0,270	0,221	0,215	0,179	0,184	0,155	0,164	0,140
27	0,391	0,316	0,262	0,215	0,209	0,173	0,179	0,150	0,159	0,135
28	0,382	0,308	0,255	0,209	0,202	0,168	0,173	0,146	0,154	0,131
29	0,372	0,300	0,248	0,203	0,196	0,164	0,168	0,142	0,150	0,127
30	0,363	0,293	0,241	0,198	0,191	0,159	0,164	0,138	0,145	0,124
31	0,355	0,286	0,235	0,193	0,186	0,155	0,159	0,134	0,141	0,120
32	0,347	0,280	0,229	0,188	0,181	0,151	0,155	0,131	0,138	0,117
33	0,339	0,273	0,224	0,184	0,177	0,147	0,151	0,127	0,134	0,114
34	0,332	0,267	0,218	0,179	0,172	0,144	0,147	0,124	0,131	0,111
35	0,325	0,262	0,213	0,175	0,168	0,140	0,144	0,121	0,127	0,108
36	0,318	0,256	0,208	0,172	0,165	0,137	0,140	0,118	0,124	0,106
37	0,312	0,251	0,204	0,168	0,161	0,134	0,137	0,116	0,121	0,103
38	0,306	0,246	0,200	0,164	0,157	0,131	0,134	0,113	0,119	0,101
39	0,300	0,242	0,196	0,161	0,154	0,129	0,131	0,111	0,116	0,099
40	0,294	0,237	0,192	0,158	0,151	0,126	0,128	0,108	0,114	0,097

Таблица 2

Критические значения коэффициента Стьюдента (t -критерия) для различной доверительной вероятности α и числа степеней свободы f

f	α							
	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
1	3.0770	6.3130	12.7060	31.820	63.656	127.656	318.306	636.619
2	1.8850	2.9200	4.3020	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.6377	2.35340	3.182	4.540	5.840	7.458	10.214	12.924
4	1.5332	2.13180	2.776	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.4759	2.01500	2.570	3.649	4.0321	4.773	5.893	6.863
6	1.4390	1.943	2.4460	3.1420	3.7070	4.316	5.2070	5.958
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.998	3.4995	4.2293	4.785	5.4079
8	1.3968	1.8596	2.3060	2.8965	3.3554	3.832	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6897	4.2968	4.780
10	1.3720	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.1437	4.5869
11	1.363	1.795	2.201	2.718	3.105	3.496	4.024	4.437
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0845	3.4284	3.929	4.178
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.1123	3.3725	3.852	4.220
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.976	3.3257	3.787	4.140
15	1.3406	1.7530	2.1314	2.6025	2.9467	3.2860	3.732	4.072
16	1.3360	1.7450	2.1190	2.5830	2.9200	3.2520	3.6860	4.0150
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5668	2.8982	3.2224	3.6458	3.965
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5514	2.8784	3.1966	3.6105	3.9216
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.1737	3.5794	3.8834
20	1.3253	1.7247	2.08600	2.5280	2.8453	3.1534	3.5518	3.8495

Таблица 3

Значения F - критерия Фишера при 5% уровне значимости

$f_1 = N - 1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
$f_2 = N(m - 1)$										
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48

Составители: Зубрилина Е.М., Димитров В.П.

ПОЛНОФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ. ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

ПРАКТИКУМ

по дисциплине «Основы теории эксперимента»

Подписано в печать 30.08.2018

Объем 1,4 усл. п.л., Офсет. Формат 60×84/16.

. Бумага тип №3. Заказ № 5/09 Тираж 100 экз. Цена свободная

ООО «ДГТУ-ПРИНТ»

Адрес полиграфического предприятия:
344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1